**ทฤษฎีบท 2.1** ถ้า จะได้ว่าสมการ  จะมีผลเฉลยก็ต่อเมื่อ และไม่มีผลเฉลยสำหรับกรณีอื่น ๆ

**พิสูจน์** เมื่อ จะแบ่งกรณีของ  เป็น 8 กรณีตามข้อความด้านล่าง

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 

จากกรณีที่ **2.1.1)** เมื่อ จะให้ผลเฉลยโดยที่ ในขณะกรณีที่ **2.1.1)-2.1.8)** ไม่มีผลเฉลยที่สอดคล้องกับสมการ

3.ผลเฉลยทั้งหมดของสมการ เมื่อ

โดยจะพิจารณาสมการ สำหรับทุกจำนวนเฉพาะ เมื่อ 

**ทฤษฎีบท 3.1** ให้ ถ้า  แล้วจะสมการ  จะไม่มีผลเฉลย

**พิสูจน์** ให้  และ เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้ว่าสามารถแบ่งได้เป็น 8 กรณี

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 

โดยจะพิจารณาแต่ละกรณีแยกกันดังนี้

1. จากสมการจะได้ว่า



จะเห็นว่า 2 คือจำนวนที่เป็นตัวประกอบของ 6 ซึ่งมีเลขชี้กำลังเท่ากับ 1

เพราะ 

จะได้ว่า  ไม่ใช่สมการกำลังสอง

เพราะฉะนั้นไม่มีผลเฉลย

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6.   
   จากสมการจะได้ว่า



เราจะสมมติว่ามีจำนวน ที่ทำให้ เกิดข้อขัดแย้ง เมื่อ  เป็นจำนวนคู่

จะได้ว่า เมื่อ เป็นจำนวนเต็ม และ 

จากพจน์พหุนามทางด้านขวามือของสมการจะได้ว่าผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ เมื่อ เป็นจำนวนเฉพาะที่มากกว่าเท่ากับ  และ 



โดนจะแบ่งกรณีเป็น 2 กรณี คือในกรณีที่ เป็นจำนวนคู่ และกรณีที่ เป็นจำนวนคู่

สมมติเป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า เป็นจำนวนคู่

จะเห็นว่าจำนวนคู่ !!………….!!จะทำให้ได้ค่าหลักหน่วยของ  เท่ากับ 

เมื่อรากที่ 2 ที่เป็นจำนวนคู่ของ จะไม่สามารถลงท้ายหลักหน่วยเป็น และ 

เพราะฉะนั้นเราจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ ลงท้ายหลักหน่วยด้วยนิยามโดย  เมื่อ 

จะได้ว่า



จากสมการข้างบนจะพบว่า  เป็นมีเล็กชี้กำลังเป็นจำนวนคี่ และ หาร ไม่ลงตัว จะได้ว่า ซึ่งเกิดข้อขัดแย้ง

สมมติเป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า เป็นจำนวนคี่

จะเห็นว่าจำนวนคู่ !!………….!!จะทำให้ได้ค่าหลักหน่วยของ  เท่ากับ 

เมื่อรากที่ 2 ที่เป็นจำนวนคู่ของ จะไม่สามารถลงท้ายหลักหน่วยเป็น และ 

เพราะฉะนั้นเราจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ ลงท้ายหลักหน่วยด้วยนิยามโดย  เมื่อ 

จะได้ว่า



จากสมการข้างบนจะพบว่า  เป็นมีเล็กชี้กำลังเป็นจำนวนคี่ และ หาร ไม่ลงตัว จะได้ว่า ซึ่งเกิดข้อขัดแย้ง

1. 

จากพจน์ทางด้านซ้ายของสมการจะได้ว่า



จะเห็นว่า เป็นจำนวนเฉพาะที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนคี่ และ เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า ไม่ใช่จำนวนกำลังสอง

จากการพิสูจน์ 8 กรณีข้างต้นจะสรุปได้ว่าสมการ ไม่มีผลเฉลย

4.ผลเฉลยของสมการ เมื่อ

**ทฤษฎีบท 4.1**

1. …
2. 
3. 
4. …
5. 
6. 